

一种接触式三维应变花的工作原理及其应用

李顺群¹, 高凌霞², 冯慧强³, 张少峰³

(1. 河南大学 土木建筑学院, 河南 开封 475004; 2. 大连民族学院 土木建筑工程学院, 辽宁 大连 116600;

3. 天津城建大学 土木工程学院, 天津 300384)

摘要: 在三维空间中, 常规应变状态由3个正应变和3个剪应变来描述。因此, 确定一点的应变状态至少需要6个应变测试元件。基于应变状态理论, 设计了一种能测试混凝土、岩土等材料内部应变状态的接触式三维应变花。该测试装置的核心由6个常规应变片组成, 且应变片的布置需要满足特定条件。根据任一方向上线应变与常规应变表示方法中三维应变各分量之间的关系, 建立了三维应变花各测试数据与常规应变之间的转换矩阵。进一步给出了求解该问题的必要条件, 并进行了误差分析。考虑施工便利性要求, 着重阐明了直角式三维应变花和正四面体式三维应变花的应变片布置方式, 并给出了对应的计算方法。两种三维应变花的自身测试和对某试样应变状态的测试表明, 该方法可对混凝土、岩土等材料内部的三维应变状态进行测试。

关键词: 土木工程; 应变状态理论; 三维应变花; 转换矩阵; 正四面体式

中图分类号: TU 441⁺.33

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)05-1513-08

Principle and application of a three-dimensional contacting strain rosette

LI Shun-qun¹, GAO Ling-xia², FENG Hui-qiang³, ZHANG Shao-feng³

(1. School of Civil Engineering, Henan University, Kaifeng, Henan 475004, China;

2. School of Civil and Architecture Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian, Liaoning 116600, China;

3. School of Civil Engineering, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China)

Abstract: In the three-dimensional space, the conventional strain state is expressed by three normal strains and three shear strains. Therefore, six strain gauges at least are required to determine the strain state of a point. Based on the strain state theory, a contacting three-dimensional strain rosette that can measure strain in concrete or geomaterials is developed. The device is made up of six strain gauges, and the layout of strain gauges must meet a special condition. According to the relations of components of strain between representations for the conventional strain and the linear strain in an arbitrary direction, transition matrix is built to bridge relationships between the test results and the traditional strain state. Subsequently, the solution qualification is derived and expatiated in order to illustrate the layout of the six strain gauges. The two schemes, namely the orthogonal tetrahedron and the normal tetrahedron, are studied in detail after considering the construction convenience, rational and logical methods are constructed. The tests on the device itself and further on a rectangular shaped sample made of mortar show that the two three-dimensional strain rosette is reasonable and convenient to measure the strain state of concrete, rock and soil in engineering.

Keywords: civil engineering; strain state theory; three-dimensional strain rosette; transition matrix; normal tetrahedron shape

1 引言

物体的应变状态取决于材料的固有属性和所受到的应力状态。工程上常常需要根据变形、应变等测试指标对材料的物理力学性质和工程的工作状态进行研究和评估。所以, 应变测试和应力测试对深入认识材料的力学性能, 研究其受力状态和工作状

况, 进行健康诊断和加固维修是非常重要的^[1-3]。

一般情况下, 土木工程、水利工程和交通工程中受力体的单向应变和单向应力测试可以通过应变片或应力计完成^[4]。当研究某一确定方向上的应变或应力时, 可以采用在该方向上布置应变片或其他传感器的方式获得该方向上的力学参数。对于平面问题, 当无法确定主应变方向或主应力方向时, 可

以在物体表面粘贴由 3 个应变片组成的应变花, 再通过应变状态理论进行转换, 就可以获得该点的主应变状态和主应力状态。

通常情况下, 混凝土或岩土体内部的应变和应力状态比较复杂, 难以简化为一维或二维简单情形。而对于三维应变和三维应力状态的直接测试, 尚无有效方法。

目前, 混凝土或岩土体内部的三维应变状态或应力状态常常是根据理论计算获得的。由于材料的不均匀性, 其真实值与理论值往往存在较大差异。为了获得真实的应力和应变状态, 有必要对受力体内部的应变状态进行直接测试^[5-8]。比如, 在基坑工程中, 不同位置处土体的应力、应变状态各不相同, 且依赖于施工方式、施工进度、天气状况等难以量化的诸多影响因素^[9-10]。因此, 加强三维状态条件下包括应变状态在内的受力体内部力学指标的实时监测, 不但对保障工程质量和施工安全非常重要, 也是土木工程信息化施工的基本要求^[11]。

本文基于应变状态理论, 设计了一种能获得物体内部应变状态的接触式三维应变花, 该装置的核心由 6 个满足特定条件的应变片组成。考虑施工便利性要求, 本文着重研究了直角式和正四面体式三维应变花的工作原理、布置方式和计算方法。三维应变花的自身测试和对某试样的应变测试表明, 该方法可以用来测试物体内部的三维应变状态。

2 三维应变花的结构形式

对于平面应变问题, 一点应变状态包括两个正应变和 1 个剪应变; 而对于三维问题, 一点应变状态由 3 个正应变和 3 个剪应变来描述, 如图 1 所示。

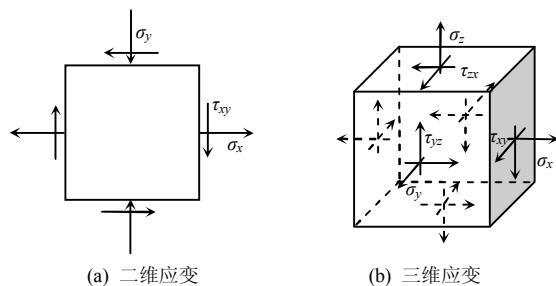


图 1 一点应变状态的常规表示方法

Fig.1 Common expression of strain state for a point

通常情况下, 剪应变难以通过直接测试的方法得到。因此, 对于主应变方向未知的二维应变状态, 一般需要布置 3 个应变片在获得 3 个不同方向上的线应变后再根据应变分量之间的关系获得一点的应变状态。3 个应变片组合的形式主要有等边三角形、

直角三角形、钝角三角形等, 这就是所谓的应变花。图 2 给出了几种常见应变花的结构形式, 其中图 2(a) 为等边三角形布置的应变花; 图 2(b) 为两个布置在直角边, 1 个布置在 45° 方向上的直角三角形应变花; 图 2(c) 为两个布置在直角边, 1 个布置在 135° 方向上的直角三角形应变花。

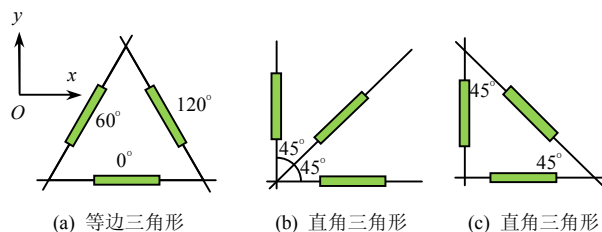


图 2 常用二维应变花的结构形式

Fig.2 Structural forms of common two-dimensional strain rosette

如前所述, 三维应变状态包括 3 个正应变和 3 个剪应变共 6 个应变分量。因此, 要想测得一点的三维应变状态, 则至少需要测得 6 个不同方向上的应变分量, 亦即需要 6 个应变片。所以, 从理论上讲, 在不同方向上布置的 6 个应变片均可以构成能测得三维应变状态的应变花。因此, 三维应变花的结构形式可以有无穷多种。图 3 给出了一种最直观、最简单的三维应变花——直角式三维应变花。

在图 3 中, $OABC-DEFG$ 为虚构的正六面体。在相互垂直的 3 条棱 OA 、 OC 和 OD 处可以布置 3 个应变片 a、b 和 c; 在 AC 、 CD 和 AD 方向上可以布置另外 3 个应变片 d、e 和 f。当该测试装置布置于受力体内部某处时, 就可以测得该点 6 个不同方向上的线应变, 并最终可以获得该点基于图 1(b) 表示方法的常规三维应变状态。

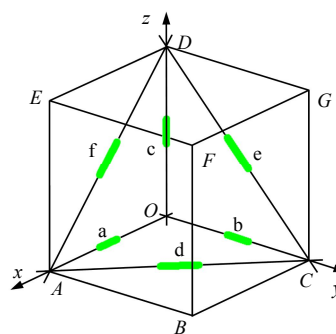


图 3 直角式三维应变花

Fig.3 Orthogonal tetrahedron three-dimensional strain rosette

图 3 所示的三维应变花设计方案中, 各应变片并非是完全等效的, 更为合理的三维应变花布置方

式为图4所示的正四面体式结构。

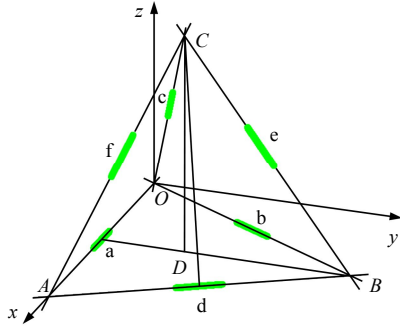


图4 正四面体式三维应变花
Fig.4 Normal tetrahedron three-dimensional strain rosette

在图4中， $OABC$ 为一个虚构的正四面体，6个应变片布置在正四面体的6条棱上。与图3表示的三维应变花相比，图4所示的正四面体三维应变花更为稳定，且6个应变片均处于同等位置。因此，从三维应变花骨架的稳定性和现场操作的便利性方面讲，正四面体三维应变花更为合理。

随角度不同，由3个应变片组成的二维应变花可以有不同的结构形式，图2所示是最常用、最合理的组合方式。类似的，随应变片轴线之间角度的变化，三维应变花也可以有不同的结构形式，但满足三维应变测试的前提条件至少包括两个方面：一是三维应变花必须由6个应变片组成；二是应变片的轴线不能重合。鉴于图3、4所示的结构形式最为简单和实用，本文将对其进行重点研究，并给出适用于所有结构形式三维应变花的一般性结论。

3 三维应变花的工作原理

根据不同方向上主应变与应变分量之间的关系，可以由图2测得的3个线应变获得基于图1(a)表示方法的二维应变状态。与此相似，由图3、4所示装置测得的6个线应变同样可以获得基于图1(b)表示方法的三维应变状态。

3.1 直角式三维应变花

如图3所示，根据a、b和c这3个方向的应变读数可以获得3个正应变，而3个对应的剪应变可以根据图2(c)的布置方式得到。根据应变分量之间的关系，当已知 xOy 平面内正交方向的正应变和对应的剪应变时，平面内任一方向的线应变可以由下式得到：

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\alpha + \frac{\varepsilon_{xy}}{2} \sin 2\alpha \quad (1)$$

式中： ε_x 、 ε_y 分别为正交方向的两个正应变； ε_{xy} 为对应的剪应变； ε_{α} 为与 ε_x 方向成 α 角度方向上的线应变。因此，有

$$\varepsilon_{xy} = \frac{2\varepsilon_{\alpha} - (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$

在图2(c)中， $\alpha = 135^\circ$ ，故有

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_{\alpha} \quad (3)$$

同理，可以得到：

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_y + \varepsilon_z - 2\varepsilon_{\beta} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{zx} = \varepsilon_z + \varepsilon_x - 2\varepsilon_{\theta} \quad (5)$$

式中： ε_x 、 ε_y 和 ε_z 分别为应变片a、b和c的应变； ε_{α} 、 ε_{β} 和 ε_{θ} 分别为应变片d、e和f的应变。因此，采用图3所示的直角式三维应变花，可以很方便地得到一点的三维应变状态。

不失一般性，考虑三维空间中的一条直线 OA ，如图5所示。则该直线在 x 、 y 、 z 方向的方向余弦 l 、 m 、 n 分别为

$$l = \sin \delta \cos \varphi \quad (6)$$

$$m = \sin \delta \sin \varphi \quad (7)$$

$$n = \cos \delta \quad (8)$$

式中： δ 为直线与 z 轴的夹角； φ 为直线在平面 xOy 的投影与 x 轴的夹角。若已知一点的应变状态为 $\varepsilon_j = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}\}$ ，则 OA 方向的线应变为

$$\varepsilon = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \varepsilon_{xy} lm + \varepsilon_{yz} mn + \varepsilon_{zx} nl \quad (9)$$

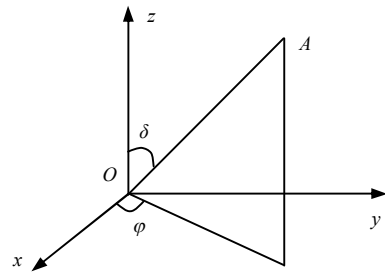


图5 应变片轴线在三维空间中的方向余弦
Fig.5 Direction cosine of strain gauge axial in three-dimensional space

亦即，如果知道一点的应变状态，则任意方向的线应变均可通过式(9)得到。相应的，若已知6个不同方向上的线应变，则常规应变状态也可以得

到。设已知 6 个不同方向上的线应变分别为

$$\varepsilon_i = \varepsilon_x l_i^2 + \varepsilon_y m_i^2 + \varepsilon_z n_i^2 + \varepsilon_{xy} l_i m_i + \varepsilon_{yz} m_i n_i + \varepsilon_{zx} n_i l_i \quad (10)$$

式中 $i=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 。由一般应变状态到不同方向线应变的映射关系为

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ l_4^2 & m_4^2 & n_4^2 & l_4 m_4 & m_4 n_4 & n_4 l_4 \\ l_5^2 & m_5^2 & n_5^2 & l_5 m_5 & m_5 n_5 & n_5 l_5 \\ l_6^2 & m_6^2 & n_6^2 & l_6 m_6 & m_6 n_6 & n_6 l_6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

或简写为

$$\{\varepsilon_i\} = \mathbf{T} \{\varepsilon_j\} \quad (12)$$

式中: $j=x, y, z, xy, yz, zx$; $\varepsilon_i = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6\}$, 且有

$$\mathbf{T} = \begin{Bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ l_4^2 & m_4^2 & n_4^2 & l_4 m_4 & m_4 n_4 & n_4 l_4 \\ l_5^2 & m_5^2 & n_5^2 & l_5 m_5 & m_5 n_5 & n_5 l_5 \\ l_6^2 & m_6^2 & n_6^2 & l_6 m_6 & m_6 n_6 & n_6 l_6 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

根据式 (12) 可以得

$$\{\varepsilon_j\} = \mathbf{T}^{-1} \{\varepsilon_i\} \quad (14)$$

对于图 3 所示的直角式三维应变花, 各应变片的方向余弦如表 1 所示。

表 1 直角式三维应变花各应变片的方向余弦
Table 1 Direction cosines of strain gauge for orthogonal three-dimensional strain rosette

应变片	l	m	n
a	1	0	0
b	0	1	0
c	0	0	1
d	-0.707	0.707	0
e	0	0.707	-0.707
f	0.707	0	-0.707

因此, 有

$$\mathbf{T} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

由此, 可以得到

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

综上所述, 由直角式三维应变花测试结果获得基于图 1(b)应变状态表示方法的途径有两个。一是 3 个直角方向线应变与式 (3) ~ (5) 获得的 3 个剪应变一起构成该点的应变状态; 二是该点的应变状态由式 (14) 获得。

3.2 正四面体三维应变花

根据式 (6) ~ (8), 正四面体三维应变花各应变片方向余弦的计算过程和计算结果如表 2 所示。

表 2 正四面体三维应变花各应变片的方向余弦
Table 2 Direction cosines of strain gauge for normal tetrahedron strain rosette

应变片	δ /(°)	φ /(°)	l	m	n
a	90.0	0	1.0	0	0
b	90.0	60	0.5	0.866	0
c	144.7	30	0.5	0.289	-0.816
d	90.0	120	-0.5	0.866	0
e	144.7	90	0.0	0.578	-0.816
f	144.7	150	-0.5	0.289	-0.816

由式 (13) 可得

$$\mathbf{T} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.250 & 0.750 & 0 & 0.433 & 0 & 0 \\ 0.250 & 0.084 & 0.666 & 0.145 & -0.236 & -0.408 \\ 0.250 & 0.750 & 0 & -0.433 & 0 & 0 \\ 0 & 0.334 & 0.666 & 0 & -0.472 & 0 \\ 0.250 & 0.084 & 0.666 & -0.145 & -0.236 & 0.408 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

所以, 有

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.333 & 0.667 & 0 & 0.667 & 0 & 0 \\ -0.839 & 0.176 & 1.502 & 0.176 & -1.502 & 1.502 \\ 0 & 1.155 & 0 & -1.155 & 0 & 0 \\ -1.427 & 0.735 & 2.119 & 0.735 & -4.237 & 2.119 \\ 0 & 0.410 & -1.226 & -0.410 & 0 & 1.226 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

同样, 根据式 (14) 可以由正四面体式三维应变花测试结果获得基于图 1(b)应变状态表示方法的

常规应变状态。

3.3 误差分析

总误差包括系统误差和偶然误差两部分^[12]。由于三维应变花各应变片之间的角度存在制作偏差,或三维应变花整体安放角度存在偏差,或应变片的依附体(比如铁丝)之间的联结不够理想等原因,引起的在测量之前就已存在的误差,并始终以必然性规律影响测量结果的正确度,这种误差称为系统误差。若各方向上应变片的系统误差为 $\Delta\varepsilon_k$,根据式(14)可以得到基于图1常规应变状态表示方法各分量的系统误差为

$$\Delta\varepsilon_j = \sum_{k=1}^6 T^{-1}(a_{jk})\Delta\varepsilon_k \quad (19)$$

式中: $T^{-1}(a_{jk})$ 为矩阵 T 逆阵 T^{-1} 的第 j 行第 k 列元素。如果各应变花产生的系统误差分别为 δ_k ,则由式(18)可以得到基于正四面体三维应变花测试结果的 ε_x 的系统误差为 $\{1 \times \delta_1 + 0 \times \delta_2 + 0 \times \delta_3 + 0 \times \delta_4 + 0 \times \delta_5 + 0 \times \delta_6\}$; ε_{xx} 的系统误差为 $\{0 \times \delta_1 + 0.410 \times \delta_2 - 1.226 \times \delta_3 - 0.410 \times \delta_4 + 0 \times \delta_5 + 1.226 \times \delta_6\}$ 。

当对同一个应变片进行多次等精度重复测量时,常常会得到一系列不同的测量值,每个测量值都含有误差,这些误差称为随机误差。如果每一个应变片的标准差均为 ρ ,则由式(14)可以得到基于图1(b)表示方法的常规应变分量的标准差 $R(\varepsilon_j)$ 为

$$R(\varepsilon_j) \leq \rho \sqrt{\sum_{k=1}^6 \{T^{-1}(a_{jk})\}^2} \quad (20)$$

由式(16)可以得到基于直角式三维应变花测试结果的标准差为 $\{1, 1, 1, \sqrt{6}, \sqrt{6}, \sqrt{6}\} \times \rho$;由式(18)可以得到基于正四面体三维应变花测试结果的标准差为 $\{1, 1, 2.745, 1.633, 5.482, 1.828\} \times \rho$ 。可见,待求方向应变值的随机误差与三维应变花各测试应变片的方位有关。总的规律是,待求剪应变的随机误差大于待求线应变的随机误差。

4 正四面体式三维应变花的制作

矩阵 T 存在逆阵的条件是其秩等于6,即

$$r(T) = 6 \quad (21)$$

因此,组成三维应变花的6个应变片,其布置方法不是随意的,而应满足一定条件。在构造其他形式的三维应变花时,必须考虑这一基本要求。

考虑到测量物体内部应变的需要,三维应变花应具有一定的自稳能力,但自身刚度不能过大。经反复研究发现,可以选用20[#]铁丝做为应变片的粘贴骨架。其中,直角式三维应变花骨架的直角边长为15 cm,则其余3个棱长为 $15\sqrt{2}$,棱的节点以塑料球铰进行联结。正四面体式三维应变花骨架边长全部是15 cm。两种三维应变花骨架的实物照片如图6(a)和6(b)所示。为了达到良好的防水、防腐效果,还需要对应变片及连接线进行必要的保护,如图6(c)所示。

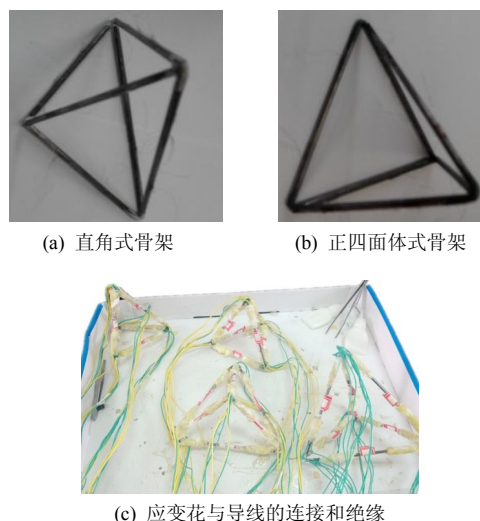


图6 两种三维应变花的实物照片

Fig.6 Photos of two three-dimensional strain rosettes

为了说明正四面体式三维应变花的工作效果,对其进行了单向压缩自身测试。测试方法是在 z 方向上对图6(b)所示的三维应变花施加轴力,从而获得单向压缩,各级轴向应变对应的应变片读数如表3所示。其中 ε' 为实际施加的轴向应变, ε_z 为根据式(14)和式(16)计算出的 z 方向上的线应变。将 ε_z 与 ε' 差值的绝对值除以 ε' 即得相对误差,其结果也示于表3。可见,相对误差均小于5%,能满足精度要求。

表3 正四面体式三维应变花自测结果及与理论值的比较

Table 3 Comparison between theoretical values and self-test results for normal tetrahedron strain rosette

序号	ε'	ε_a	ε_b	ε_c	ε_d	ε_e	ε_f	ε_z	相对误差
1	0.01	-0.001 8	-0.002 2	0.006 1	-0.002 4	0.005 8	0.006 1	0.010 3	0.033
2	0.03	-0.005 7	-0.006 6	0.018 4	-0.006 0	0.018 9	0.018 5	0.029 6	0.013
3	0.05	-0.009 6	-0.010 4	0.030 2	-0.010 3	0.030 7	0.031 4	0.050 8	0.016
4	-0.01	0.001 8	0.002 1	-0.006 3	0.002 4	-0.006 1	-0.006 2	-0.010 3	0.033
5	-0.03	0.005 5	0.006 3	-0.018 1	0.006 5	-0.017 9	-0.018 5	-0.030 5	0.015
6	-0.05	0.009 8	0.010 2	-0.030 4	0.010 1	-0.030 1	-0.031 4	-0.052 3	0.045

出现误差的原因包括以下几方面。一是理论上讲,每3个应变片应该交汇于一个顶点,但由于制作误差等原因,必然存在难以避免的偏差;二是正四面体6条棱的长度存在误差;三是四面体4个顶点联结部位的力学指标也可能存在差异等。

当图4所示的四面体只受沿 CD 方向的竖向受压荷载作用时,应变片 a 、 b 和 d 对应的轴线方向受拉伸长,应变片 c 、 e 和 f 对应的轴线方向受压变短。设 $CD=r$;三角形 OAB 是边长为 s 的等边三角形; $AC=BC=OC=t$,则有

$$r^2 = t^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} s \times \frac{2}{3} \right)^2 \quad (22)$$

根据微分原理,得

$$r \cdot \Delta r \approx t \cdot \Delta t - \frac{s}{3} \cdot \Delta s \quad (23)$$

所以,有

$$r \frac{\Delta r}{r} \approx \frac{t^2}{r} \frac{\Delta t}{t} - \frac{s^2}{3r} \frac{\Delta s}{s} \quad (24)$$

由应变定义得

$$r \varepsilon_z \approx \frac{t^2}{r} \varepsilon_c - \frac{s^2}{3r} \varepsilon_a \quad (25)$$

因此,有

$$\varepsilon_z \approx \frac{t^2}{r^2} \varepsilon_c - \frac{s^2}{3r^2} \varepsilon_a \quad (26)$$

由于初始状态为正四面体,所以 $s=t$ 。根据式(22)得到 $r^2=2t^2/3$ 。此外,对于只承受竖向荷载的正四面体, $\varepsilon_c=-3\varepsilon_a$ 。所以,有

$$\varepsilon_z \approx 1.667 \varepsilon_c \quad (27)$$

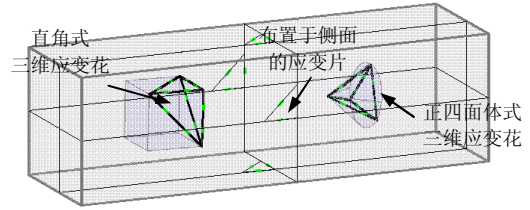
另外,根据式(14)和式(18)可以得到

$$\varepsilon_z = -0.839 \varepsilon_a + 0.176 \varepsilon_b + 1.502 \varepsilon_c + 0.176 \varepsilon_d - 1.502 \varepsilon_e + 1.502 \varepsilon_f = 1.664 \varepsilon_c \quad (28)$$

比较式(27)、(28)发现,两者结果是一致的,从而进一步说明该测试方法是合理的。

5 三维应变花的应用

为了验证该三维应变测试方法的实用性,将前述两种典型的三维应变花布置于由砂浆制作的试样内,如图7所示。该试样是尺寸为 $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ 的长方体,采用425号水泥和中砂配制而成,分层振密后在标准条件下养护28 d,之后施加轴向荷载进行测试。



(a) 三维应变花和位于侧面的普通应变片



(b) 实物布置图

图7 三维应变花和普通应变花的布置

Fig.7 Layouts of three-dimensional and traditional strain rosettes

除了试样内部布置的两种三维应变花外,在试样表面与三维应变花位置对应处布置普通应变片,以便将基于三维应变花测试结果的应变状态与试样表面的常规应变测试结果进行比对。试样表面的应变片布置是这样的:在4个侧面上沿竖向布置4个平行于试样轴线的应变片,以测试轴向应变;在每个侧面上与轴线垂直的方向上各布置1个应变片,以测试2个与轴线垂直方向上的线应变;另外,在每个侧面 45° 方向上布置斜向应变片以测试剪应变。采用全桥联结方式进行应变测量,并以同样型号的应变片进行温度补偿。

试验在DDL100型电子万能试验机上进行,如图8所示。采用荷载控制的方式连续匀速施加轴向压力并在达到预定值后逐级卸荷,轴向加/卸载过程有两个,第1个加、卸载过程为 $0 \rightarrow 80 \text{ kN} \rightarrow 0$;第2个加、卸载过程为 $0 \rightarrow 100 \text{ kN} \rightarrow 0$,加载时间和卸载时间均为8 min,如图9所示。



图8 单向加载试验及试样的应变测读

Fig.8 Unidirection loading test & strain measurement

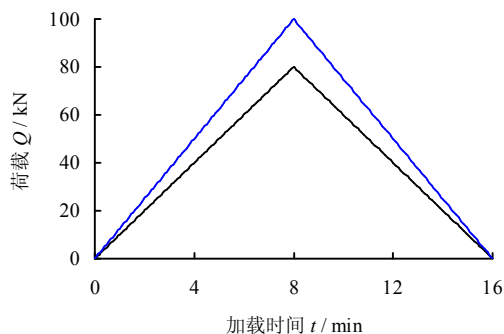


图9 单向加载过程

Fig.9 Unidirection loading progress

如前所述,单向荷载作用下该试样的3个主方向上只有正应变而没有剪应变(实测表明,实测的剪应变确实很小),即普通应变片在试样表面测得的3个方向上的应变即为3个主应变。第1次加、卸载过程中,轴向应变 ε_z 、垂直于轴线方向的应变 ε_y 和侧面45°方向的应变 ε_x 实测数据如图10中的系列1~3所示;第2次加、卸载过程中,对应的应变分别为系列4~6。图11给出了加卸、载过程中,埋置于试样内部的正四面体三维应变花测试数据 ε_a 、 ε_b 、 ε_c 、 ε_d 、 ε_e 、 ε_f 。在第1次加、卸载过程中的读数分别为系列1~6;在第2次加、卸载过程中的读数分别为系列7~12。

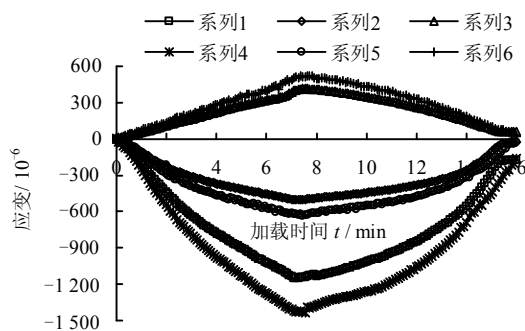


图10 试件表面测得的平均应变

Fig.10 Mean strain measured on sample surface

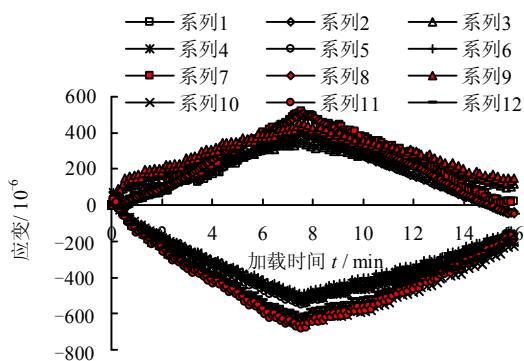


图11 正四面体应变花各应变片的测试结果

Fig.11 Measurement of each strain gauge of three-dimensional strain rosette

由图11给出的正四面体应变花测试结果,根据式(14)可以计算出与轴线方向对应的主应变 ε'_z 。将 ε_z 和 ε'_z 数据系列表示在平面直角坐标系里,发现两个数据系列基本沿45°线分布,如图12所示。由此说明,根据三维应变花得到的轴向应变与由粘贴于表面的轴向应变测试数据基本一致。

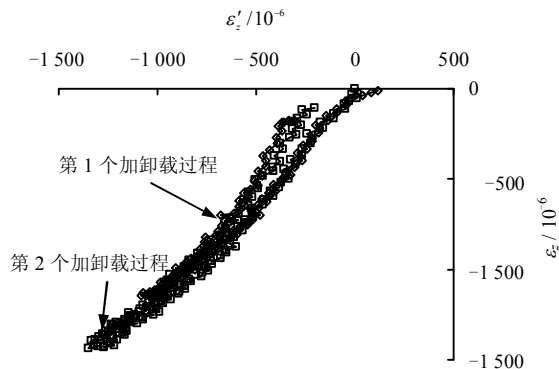


图12 表面轴向应变测试与正四面体应变花测试结果对比

Fig.12 Comparison of axial strains between two methods

6 结 论

(1) 设计了一种能测试空间应变状态的三维应变花。该测试原件的核心为6个按一定角度组装在一起的普通应变片。

(2) 根据任一方向上线应变与三维应变6个分量之间的关系,建立了三维应变花各应变片测试数据与应变状态之间的转换矩阵,给出了三维应变花的通用设计条件,并进行了误差分析。

(3) 详细研究了直角式和正四面体式三维应变花的布置方式和计算方法。结合某试样的单轴压缩试验,进一步阐述了三维应变花的应用方法及其有效性和合理性。

参 考 文 献

- [1] 李庆斌, 张楚汉, 王光纶. 单轴状态下混凝土的动力损伤本构模型[J]. 水利学报, 1994, (12): 55—60.
LI Qing-bin, ZHANG Chu-han, WANG Guang-lun. Dynamic damage constitutive model of concrete in uniaxial tension and compression[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1994, (12): 55—60.
- [2] 鲁先龙, 乾增珍, 崔强. 黄土地基掏挖扩底基础抗拔试验研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 647—652.
LU Xian-long, QIAN Zeng-zhen, CUI Qiang. Experimental investigation on uplift behavior of belled piers in loess[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(3): 647—652.
- [3] 胡海周, 彭刚, 周洪涛, 等. 混凝土动态损伤本构模型

- 研究[J]. 人民黄河, 2013, 35(1): 117—119.
- HU Hai-zhou, PENG Gang, ZHOU Hong-tao, et al. Study on constitutive model of concrete damage based on rate effect[J]. **Yellow River**, 2013, 35(1): 117—119.
- [4] 沈观林. 应变电测与传感器技术的新发展及应用[J]. 中国测试, 2011, 37(2): 87—91.
- SHEN Guan-lin. New developments of strain gauge measurement and transducer technique and applications in all kinds of engineerings and domains[J]. **China Measurement & Test**, 2011, 37(2): 87—91.
- [5] 黄茂松, 柳艳华. 天然软黏土屈服特性及主应力轴旋转效应的本构模拟[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(11): 1667—1675.
- HUANG Mao-song, LIU Yan-hua. Simulation of yield characteristics and principal stress rotation effects of natural soft clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(11): 1667—1675.
- [6] SIVATHAYALAN S, VAID Y P. Influence of generalized initial state and principal stress rotation on the undrained response of sands[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2002, 39(1): 63—76.
- [7] LIN H, PENUMADU D. Experimental investigation on principal stress rotation in kaolin clay[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE**, 2005, 131(5): 633—642.
- [8] 钱寅泉, 周正茂, 王素娟, 等. 混凝土梁应变测试测点数量和布置方案研究[J]. 桥梁建设, 2012, 42(2): 51—57.
- QIAN Yan-quan, ZHOU Zheng-mao, WANG Su-juan, et al. Study of measurement point amount and placement schemes for strain testing of concrete beam[J]. **Bridge Construction**, 2012, 42(2): 51—57.
- [9] 郑刚, 李志伟. 基坑开挖对邻近任意角度建筑物影响的有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(4): 615—624.
- ZHENG Gang, LI Zhi-wei. Finite element analysis of response of the building with arbitrary angle adjacent to excavation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(4): 615—624.
- [10] OU CHANGYU, HSIEH PIGO, CHIOU DARCHANG. Characteristic of ground surface settlement during excavation[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1993, 30: 758—767.
- [11] 孙璐, 葛敏莉, 李易峰, 等. 土木工程信息化发展综述[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2013, 43(2): 436—444.
- SUN Lu, GE Min-li, LI Yi-feng, et al. State-of-the-art review of informatics in civil engineering[J]. **Journal of Southeast University (Natural Science Edition)**, 2013, 43(2): 436—444.
- [12] 赵松山. 数据中偶然误差和系统误差的分析与检验土木工程信息化发展综述[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2004, 23(6): 835—838.
- ZHAO Song-shan. Analysis and test of data's accidental errors and systematic errors in marketing research[J]. **Journal of Liaoning Technical University**, 2004, 23(6): 835—838.

(接第 1414 页)

《岩土力学》2014 年第 11 期被 EI 收录论文 (40 篇, 收录率 100 %) (2)

序号	论文题名	作者	页码
25	基于模型试验的劈裂注浆机制分析	李 鹏, 张庆松, 张 霄, 等	3221—3230
26	动荷载下桩承式路堤的承载特性及机制研究	许朝阳, 周 锋, 吕 惠, 等	3231—3239
27	基于多因素评价的隧道围岩质量与超欠挖关系	耿晓杰, 吴顺川, 高永涛, 等	3240—3246
28	56 m 深 TRD 工法搅拌墙在深厚承压含水层中的成墙试验研究	王卫东, 翁其平, 陈永才	3247—3252
29	梁板式桩筏基础现场测试分析	张延军, 木林隆, 钱建固, 等	3253—3258
30	含双裂隙岩石裂纹演化机理的离散元数值分析	蒋明镜, 陈 贺, 张 宁, 等	3259—3268
31	多块体形状堆石体碾压颗粒破碎数值模拟	刘 洋, 李晓柱, 吴顺川	3269—3280
32	纵横向受荷基桩变形内力的矩阵传递解	竺明星, 龚维明, 何小元, 等	3281—3288
33	整体式桥台地震反应机理分析	石丽峰, 徐 明	3289—3297
34	西安典型段地面沉降分层标观测及数值模拟	王启耀, 彭建兵, 蒋臻蔚, 等	3298—3302
35	复杂断层网络环境下地下洞室群三维地质分析与应用	韩彦青, 李明超, 周红波	3303—3309
36	基于数字地球平台的地质钻孔三维模拟与可视化	朱良峰, 李自成, 朱 全, 等	3310—3316
37	考虑参数和模型不确定性的基桩正常使用极限状态可靠度分析	边晓亚, 郑俊杰, 徐志军	3317—3322
38	底板破坏深度六因素线性预测模型	段宏飞	3323—3330
39	复杂地形条件下高面板堆石坝动力反应分析	杨 杰, 李国英, 沈 婷	3331—3337
40	高压水及负压加载状态下三轴应力渗流试验装置的研制	田坤云, 张瑞林	3338—3344